



Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales  
Ingeniería Comercial

# **ESTADÍSTICA I**

Gestión II/2018

Programa Semestral

## I. PROGRAMA ANALÍTICO DE LA ASIGNATURA.

### TEMA 1: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIA

- 1.1 Naturaleza de la Estadística
- 1.2 Población y Muestra
- 1.3 Variables Observables y Clases
- 1.4 Distribuciones de Frecuencia Absoluta y Relativa
- 1.5 Distribuciones de Frecuencia Acumulada
- 1.6 Representaciones gráficas

### TEMA 2: MEDIDAS DE POSICIÓN

- 2.1 Media Aritmética y sus Propiedades
- 2.2 La Mediana
- 2.3 La moda y Valor Modal
- 2.4 Media Cuadrática
- 2.5 Media Armónica
- 2.6 Media Geométrica
- 2.7 Relaciones entre las Medidas de Tendencia Central
- 2.8 Cuártiles, Déciles y percentiles

### TEMA 3: MEDIDAS DE DISPERSIÓN

- 3.1 Desviación Típica y sus Propiedades
- 3.2 Varianza
- 3.3 Desviación Media
- 3.4 Desviación Intercuartilica
- 3.5 Desviación Relativa
- 3.6 Relación entre Momentos Ordinales y Centrales

### TEMA 4: PROBABILIDADES

- 4.1 Experimento aleatorio
- 4.2 Espacios muestrales
- 4.3 Conjuntos y Técnicas de conteo
- 4.4 Axiomas y teoremas de probabilidad
- 4.5 Probabilidad condicional, independencia de eventos y teorema de la multiplicación de probabilidades
- 4.6 Teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes

### TEMA 5: VARIABLE ALEATORIA UNIDIMENSIONAL

- 5.1 Introducción a las variables aleatorias
- 5.2 Variable aleatoria discreta y continua
- 5.3 Funciones de distribución
- 5.4 Esperanza matemática y propiedades
- 5.5 Varianza y propiedades
- 5.6 Distribuciones teóricas discretas
- 5.7 Distribuciones teóricas continuas

## III. PLANIFICACIÓN DEL APRENDIZAJE

La planificación del proceso de aprendizaje esta orientado estrictamente al logro de las competencias conceptuales procedimentales y actitudinales por parte de los estudiantes. Además, contribuye a la dosificación del contenido y planificación del estudio individual y grupal.

1. Estrategias Organizativas de la Clase.

La asignatura se desarrolla de acuerdo a la metodología conceptual, procedimental y actitudinal. En este sentido las técnicas de argumentación, discusión estructurada, enseñanza en grupo y exposiciones temáticas son utilizadas en el desarrollo conceptual de asignatura. En cuanto a la metodología procedimental se recurre a las técnicas de aprendizaje basado en problemas, diálogo simultáneo, discusión dirigida, y simulaciones. Finalmente, se busca desarrollar la participación activa del estudiante en su proceso de formación mediante la implementación de metodologías activas como la actitud crítica, participación creadora y reflexión.

2. Sistema de Evaluación

Dentro de la evaluación se incorporan los parámetros postulados por la Universidad Franz Tamayo donde se hace énfasis en la Evaluación Formativa.

**IV. EVALUACIÓN**

HITO 1 Sin puntos	HITO 2	HITO 3	HITO 4	HITO 5
Evaluación diagnóstica	15 Puntos	15 Puntos	15 Puntos	55 Puntos

**V. NORMAS DEL CURSO**

1. La asistencia es obligatoria en todas las clases. Los casos de ausencia a clase o inasistencia a exámenes se rigen por lo dispuesto en el Reglamento Estudiantil de la Universidad.
2. La materia se inicia a la hora programada. No existe tiempo de tolerancia para ingresar con atraso.
3. El **FRAUDE ACADÉMICO** en exámenes, trabajos, prácticas o cualquier otra actividad de la clase es sancionado con la reprobación de la materia. La reincidencia ameritará el inicio de un proceso universitario.
4. El respeto y la no discriminación son valores que se promueven y aplican en todas las actividades.

**VI. BIBLIOGRAFÍA.**

- Anderson D., Sweeney D., Williams T. Estadística para la administración y economía. Décima edición. Cengage Learning. 2010.
- Berenson M., Levine D., Krehbiel T. Estadística para administración. Segunda edición. Prentice Hall. 2000
- Freund Williams y Perler, Estadística para la administración, Ed. Mc GrawHill
- Richard I. Estadística para economistas y administradores, Ed. Prentice Hill, México, 1996

## TRABAJO PRÁCTICO REPASO

1) Si  $x_1=8; x_2=4; x_3=14; x_4=5; x_5=12; x_6=5; x_7=4; x_8=11; x_9=15; x_{10}=3$  lleva a cabo las siguientes operaciones

- a)  $\sum_{i=1}^{i=6} (3x_i - 2)$
- b)  $\sum_{i=1}^{i=7} 2x_i^2$
- c)  $\sum_{i=1}^{i=10} (2x_i + 1)$
- d)  $\sum_{i=1}^{i=5} 6x_i$
- e)  $\sum_{i=1}^{i=8} (x_i^2 - 6)$

2) Dado que

$$x_1=4; x_2=8; x_3=-5; x_4=6;$$

$$y_1=4; y_2=3; y_3=5; y_4=9;$$

$$z_1=7; z_2=7; z_3=6; z_4=12$$

Encuentre:

- a)  $\sum_{i=1}^{i=4} (x_i + y_i)$
- b)  $\sum_{i=1}^{i=4} 3y_i + \sum_{j=1}^{j=4} z_j$
- c)  $\sum_{i=1}^{i=4} 5x_i * 2z_i$
- d)  $\sum_{i=1}^{i=4} 34 y_i \sum_{j=1}^{j=4} (z_j - 1)$
- e)  $\sum_{i=1}^{i=4} x_i^2 y_i z_i$

3) Grafique las siguientes funciones

- a)  $f(X) = 6 - 3x$
- b)  $f(x) = 2x^2 - 4$
- c)  $f(x) = 7 - 3x^2$
- d)  $f(x) = 12x - 6$

**GUIA DE TRABAJO N° 1**  
**DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIA**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

***DEFINICIÓN DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA***

*La estadística descriptiva trata dos aspectos: el obtener información de los datos también conocido como "análisis exploratorio de datos" y por otro lado se preocupa de la "presentación de resultados".*

***DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIA***

*Permite reunir, resumir y organizar información para distinguir patrones y tendencias y llegar así a conclusiones lógicas.*

***CONCEPTOS BÁSICOS***

- *VARIABLES: propiedades que pueden fluctuar y cuyas variaciones pueden observarse de alguna manera.*
- *Clasificación de variables*
- *Clases:  $N^{\circ}c = 1 + 3.332 \cdot \log(n)$  (Método de Sturges)*
- *Marca de clase*
- *Frecuencias absoluta*
- *Frecuencias relativa*

**Ejemplo de aplicación**

## DINÁMICA GRUPAL N° 1

La dinámica es grupal, se deben formar grupos de trabajo entre 3 y 5 personas, cada grupo deberá superar las propuestas presentadas.

- 1) Clasificación de variables
  - a) Variables cualitativas ordinales
  - b) Variables cualitativas nominales
  - c) Variables cuantitativas discretas
  - d) Variables cuantitativas continuas
  
- 2) Reconociendo distintos tipos de variables
  - a) Color favorito.
  - b) Peso (en Kg.) de estudiantes de la universidad.
  - c) Temperatura ambiente en un mes en La Paz (en °C).
  - d) Número de temas de un CD.
  - e) Nivel educacional de los habitantes de una ciudad (básica, media, universitaria).
  - f) Marca de Chocolate favorita.
  - g) Clasificación en una competencia
  - h) Estado civil (soltero, casado, divorciado, viudo).
  - i) Pasajeros por día que utilizan la línea verde del teleférico.
  - j) Nivel de apetito de los estudiantes a partir de las 12:00 a.m.
  - k) Habilidad para el baile de los aspirantes a la Academia de arte.
  - l) Lt. de agua que consume por día una familia tipo
  - m) Cantidad de hijos de familias en la ciudad de La Paz
  - n) N° de goles marcados por un equipo en la liga
  - o) N° de empleados de las microempresas

**GUIA DE TRABAJO N° 2**  
**REPRESENTACIONES GRÁFICAS**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

**METODOS GRAFICOS PARA DESCRIBIR DATOS NUMERICOS**

**DE VARIABLES CUALITATIVAS**

- Gráfico de Barras
- Gráfico Sectorial

**DE VARIABLES CUANTITATIVAS**

- Histogramas
- Gráfico Puntos
- Diagrama de Tallo y Hojas

**Ejemplos de aplicación**

---

**DINÁMICA GRUPAL N° 2**

La dinámica es grupal, se deben formar grupos de trabajo entre 3 y 5 personas (deben ser los mismos grupos de la dinámica N°1), cada grupo deberá superar las propuestas presentadas.

Reconociendo distintos tipos de gráficas

**GUIA DE TRABAJO N° 3**  
**MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

---

**MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL**

Son valores numéricos que quieren mostrar el centro de un conjunto de datos. Son de interés las siguientes medidas

- Media Aritmética
- Mediana. Para determinar la posición de la mediana en el conjunto de datos ordenados:  $P(\text{mediana}) = (n+1)/2$
- Moda
- Media Armónica: recomendada para promediar variaciones con respecto al tiempo

$$Ma = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

- Media Cuadrática

$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N}}$$

- Media Geométrica: recomendada para promediar porcentajes, índices o proporciones.

$$MG = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n}$$

**Tratamiento de datos agrupados:**

Media:  $X = \frac{\sum(fi \cdot M Ci)}{\sum fi}$

Mediana:

$$Me = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i$$

$L_{i-1}$  es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana.

$F_{i-1}$  es la **frecuencia acumulada** anterior a la clase mediana.

$a_i$  es ancho de clase.

---

**Ejemplos de Aplicación**

**GUIA DE TRABAJO N° 4**  
**MEDIDAS DE TENDENCIA NO CENTRAL**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

---

**Los Cuartiles**

Son aquellos números que dividen a éstas en cuatro partes porcentualmente iguales. Hay tres cuartiles, Q1, Q2 y Q3. El primer cuartil Q1, es el valor en el cual o por debajo del cual queda aproximadamente un cuarto (25%) de todos los valores de la sucesión (ordenada); El segundo cuartil Q2 es el valor por debajo del cual queda el 50% de los datos (Mediana), el tercer cuartil Q3 es el valor por debajo del cual quedan las tres cuartas partes (75%) de los datos.

**Los Deciles**

Son ciertos números que dividen el conjunto de observaciones (ordenadas) en diez partes porcentualmente iguales. Los deciles se denotan por D1, D2, . . . , D9. El décil 5 corresponde al cuartil 2 (mediana).

**Los Percentiles**

Son ciertos números que dividen el conjunto de datos ordenados en cien partes porcentualmente iguales. El percentil 50 equivale a la mediana.

Considerando la definición de la mediana, esta será el segundo cuartil, el quinto decil o el 50avo percentil o centil. En cualquiera de estas medidas el valor matemático que se obtenga será representativo del número de datos o menos que corresponde al valor relativo planteado. (Ejemplo: el primer cuartil es un valor representativo del 25% o menos de los valores de una distribución, es decir, los valores inferiores de la distribución).

El procedimiento para encontrar el valor de cualquier percentil  $P_k$  a partir de datos clasificados, es el siguiente:

- 1) Encontrar la posición  $i$  del percentil  $k - \text{ésimo}$  mediante el cálculo de  $nk$ .
  - 2) Si  $nk$  no es un entero, entonces la posición  $i$  es el siguiente entero más grande y entonces el valor de  $P_k$  es el dato ordenado en la posición de este entero más grande.
  - 3) Si  $nk$  es un entero, entonces la posición del percentil será  $i = nk + 0.5$  y así el valor del percentil es el promedio de las observaciones ordenadas  $nk$  y  $(nk + 1)$ .
- 

**Ejemplo**

### **DINÁMICA GRUPAL N° 3**

La dinámica es grupal, se deben formar grupos de trabajo entre 3 y 5 personas (deben mantener los grupos de dinámicas anteriores), cada grupo deberá superar las propuestas presentadas.

Con esta dinámica los estudiantes deben desarrollar la capacidad de reconocer, calcular interpretar y analizar las diferentes medidas de tendencia central y no central.

**GUIA DE TRABAJO N° 5**  
**MEDIDAS DE DISPERSIÓN**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

---

Una medida de dispersión o variabilidad nos determina el grado de acercamiento o distanciamiento de los valores de una distribución frente a su promedio de localización, sobre la base de que entre más grande sea el grado de variación menor uniformidad tendrán los datos (sinónimo de heterogeneidad) y por lo tanto menor representatividad o confiabilidad del promedio de tendencia central o localización por haber sido obtenido de datos dispersos. Por el contrario, si este valor es pequeño (respecto a la unidad de medida) entonces hay una gran uniformidad entre los datos. Cuando es cero quiere decir que todos los datos son iguales.

**MEDIDAS DE INTERES**

- Varianza Muestral:

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

- Desviación estándar muestral:

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

- Rango intercuartílico:

$$Rq = Q3 - Q1$$

- Coeficiente de variación: grado de homogeneidad en los valores de la variable

$$Cv = \frac{\sigma}{|\bar{x}|}$$

---

**Ejemplo de aplicación**

#### **DINÁMICA GRUPAL N° 4**

La dinámica es grupal, se deben formar grupos de trabajo entre 3 y 5 personas (deben mantener los grupos de dinámicas anteriores), cada grupo deberá superar las propuestas presentadas.

Con esta dinámica los estudiantes deben desarrollar la capacidad de reconocer, calcular interpretar y analizar las diferentes medidas de dispersión.

**GUIA DE TRABAJO N° 6**  
**PROBABILIDAD**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

---

Medida matemática asociada a un evento aleatorio:

$$\text{Si "A" es un evento aleatorio: } P(A) = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos Totales}}$$

Para el cálculo de probabilidades hay que tomar en cuenta los siguientes teoremas:

- 1) La probabilidad de que ocurra un evento A cualquiera se encuentra entre 0 y 1:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

- 2) La probabilidad de que ocurra el espacio muestral  $\Omega$  debe ser 1:

$$P(\Omega) = 1$$

- 3) Si A y B son eventos mutuamente excluyentes entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Si se tienen "n" eventos mutuamente excluyentes:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

---

**Ejemplos de Aplicación**

- 1) Escriba los elementos de cada uno de los siguientes espacios muestrales
  - a) Conjunto de resultados cuando una moneda se lanza al aire hasta que resulte una cruz o 3 caras
  - b) Conjunto de resultados cuando se lanza dos dados normales
- 2) Una moneda se lanza 2 veces al aire, ¿Cuál es la probabilidad que caiga al menos 1 vez cara?
- 3) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 7 u 11 cuando se lanza un par de dados?
- 4) Se carga un dado de tal manera que un número par tiene el doble de posibilidad de presentarse que un número impar. Si E es el evento que representa que se de un número menor que 4 en un solo lanzamiento:
  - a) Calcular  $P(E)$
  - b) Si A es el evento que representa par y B un resultado divisible entre 3, encuentre la  $P(A \cup B)$  y  $P(A \cap B)$
- 5) Una mezcla de dulces contiene 6 mentas 4 chicles y 3 chocolates. Si una persona realiza una selección al azar de uno de ellos, determinar la probabilidad de obtener:
  - a) Una menta
  - b) Un chicle o un chocolate
- 6) La probabilidad que Paula apruebe matemáticas es  $\frac{2}{3}$ , que apruebe ingles es  $\frac{4}{9}$ . La probabilidad que apruebe ambas es  $\frac{1}{4}$ , ¿Cuál es la probabilidad que apruebe al menos una de ellas?
- 7) ¿Si la probabilidad de que 1 persona al comprar un nuevo automóvil seleccione color verde, blanco, rojo o azul son respectivamente 0.23, 0.41, 0.15, 0.21 y ¿Cuál es la probabilidad que un comprador adquiera un automóvil en uno de esos colores?
- 8) Si la probabilidad de que un mecánico automotor repare 3, 4, 5, 6, 7, 8 o más vehículos en día hábil cualquiera de la semana son respectivamente: 0.12, 0.19, 0.28, 0.24, 0.10, y 0.07, ¿Cuál es la probabilidad que repare menos de 5 automóviles en un día de trabajo?
- 9) Si se selecciona al azar 3 libros de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿Cuál es la probabilidad de que:
  - a) Se tome el diccionario
  - b) Se escoja 2 novelas y 1 libro de poemas.

## TRABAJO PRÁCTICO N° 9

### Probabilidad

- 1) Suponiendo que se seleccionan en forma aleatoria 3 artículos en un proceso de manufactura. Se examina cada uno de ellos y se clasifica como defectuoso D, o no defectuoso N:
  - a) Determinar el espacio muestral del experimento
  - b) Calcular la probabilidad de que los 3 artículos que se inspeccionan tengan defectos
  - c) Calcular la probabilidad de que 2 artículos tengan defectos
  
- 2) Si un experimento E arroja tres resultados posibles que se excluyen mutuamente A, B, y C, verifique en cada caso si la asignación de probabilidades está permitida:
  - a)  $P(A) = 1/3$                        $P(B) = 1/3$                        $P(C) = 1/3$
  - b)  $P(A) = 0.64$                        $P(B) = 0.38$                        $P(C) = -0.02$
  - c)  $P(A) = 0.35$                        $P(B) = 0.52$                        $P(C) = 0.26$
  - d)  $P(A) = -0.57$                        $P(B) = 0.24$                        $P(C) = 0.19$
  
- 3) Los estudiantes A y B tienen respectivamente probabilidades  $1/2$  y  $1/5$  de suspender un examen. La probabilidad de que suspendan el examen simultáneamente es de  $1/10$ . Determinar la probabilidad de que al menos uno de los dos estudiantes suspenda el examen
  
- 4) De una tómbola se saca una de 30 bolitas numeradas de 1 a 30. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la bolita extraída sea múltiplo de 4?
  
- 5) En una competencia de ciclismo participan A, B y C, A tiene el doble de posibilidades de ganar que B y B el doble que C, a. Determine la probabilidad de que gane B, b. Determine la probabilidad de que gane A o B.
  
- 6) En una colonia se entrevistaron a 50 familias, 10 dijeron transportarse en coche propio a sus trabajos y 30 dijeron utilizar algún transporte público. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una familia de esa colonia utilice el transporte público?
  
- 7) Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.
  
- 8) Suponiendo que en el mantenimiento de un enorme archivo de producción que sirve para controlar la productividad, la probabilidad de un error en el procesamiento de registros es 0.0010; la probabilidad de error en el archivado es 0.0009; la probabilidad de error en la recuperación de datos es 0.0012; la probabilidad de un error en el procesamiento de registros y en el archivado es 0.0002; la probabilidad de un error en el procesamiento y en la recuperación es 0.0003; la probabilidad de error en el archivado y recuperación es 0.0003; la probabilidad de error en el procesado de registros, en el archivado y en la recuperación es de 0.0001
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de incurrir al menos en uno de estos errores?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de error en el procesamiento de registros o en la recuperación de datos?
  
- 9) Un estudio de 200 cadenas de tiendas de abarrotes reveló estos ingresos después del pago de impuestos:
  - Menos de \$us1 millón:                      102 empresas
  - \$us 1 millón - \$us 2 mill.                      61 empresas
  - \$us 20 mill. O más                      37 empresas
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que una cadena especial tenga menos de \$us 1 millón de ingresos después de pagar impuestos?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que una cadena de tiendas de abarrotes seleccionada al azar tenga un ingreso entre \$us 1 mill. y \$us 20 mill. ó un ingreso de \$us 20 mill. Ó más? ¿Qué regla de probabilidad se aplicó?
  
- 10) Cierta artículo es inspeccionado visualmente por dos inspectores. Cuando aparece un artículo defectuoso, la probabilidad de que no sea detectado por el primer inspector es igual a 0.1. De aquellos no detectados por el primer

inspector, el segundo inspector sólo detecta 5 de cada 10. ¿Qué fracción de defectuosos no son detectados por ninguno de los inspectores?

- 11) Entre los 200 empleados de un departamento hay 150 graduados, 60 del total consagran por lo menos parte de su tiempo a trabajos de estadística, y 40 de los 150 graduados dedican por lo menos parte de su tiempo a trabajos de estadística. Se toma al azar uno de estos empleados ¿cual es la probabilidad de que sea graduado o trabaje en estadística?
- 12) De acuerdo con las tablas de mortalidad, la probabilidad de que una persona de 65 años llegue a los 66 años es 0.96. Un matrimonio ha cumplido 65 años. ¿Cuál es la probabilidad de que una pareja de esposos muera a los 66 años? Y ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 1 cumpla los 66 años?

**GUIA DE TRABAJO N° 7**  
**DISTRIBUCIONES TEÓRICAS DISCRETAS**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

En la práctica se utilizan variables aleatorias cuyas distribuciones son obtenidas mediante estudios teóricos, como consecuencia de esto se originaron modelos de distribuciones

Distribuciones discretas de interés:

- Distribución Binomial (c/r)
- Distribución Hipergeométrica (s/r)
- Distribución de Poisson
- Distribución Geométrica
- Distribución Pascal
- Distribución Multinomial

El estudio de estas distribuciones teóricas requiere fundamentalmente la comprensión de:

- Propiedades de "Experimentos de Bernoulli"
- Propiedades de "Proceso de Poisson"

**Características de las Distribuciones:**

En el siguiente cuadro se resumen las principales características asociadas a estas distribuciones

Distribución	f.d.p.	E(X)	V(X)
<b>Binomial</b>	$P(X=k) = b(X,n,p)$ $P(X=k) = \binom{n}{k} * p^k * (1-p)^{n-k}$	$E(X) = n*p$	$V(X) = n*p*(1-p)$
<b>Poisson</b>	$P(X=k) = \frac{e^{-\alpha} * \alpha^k}{k!}$	$E(X) = \alpha$	$V(X) = \alpha$
<b>Geométrica</b>	$P(X=k) = q^{(k-1)} * p$	$E(X) = 1/p$	$V(X) = q/p^2$
<b>Hipergeométrica</b>	$P(X=k) = \binom{r}{k} * \frac{\binom{N-r}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ siendo $p = \frac{r}{N}$	$E(X) = n*p$	$V(X) = n*p*q \left( \frac{N-n}{N-1} \right)$
<b>Pascal</b>	$P(Y=k) = \binom{k-1}{r-1} * p^r * q^{k-r}$	$E(X) = r/p$	$V(X) = rq/p^2$
<b>Multinomial</b>	$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{n!}{x_1! * x_2! * \dots * x_k!} * p_1^{x_1} * p_2^{x_2} * \dots * p_x^{x_k}$	$E(X_i) = n * p_i$	$V(X) = n * p_i * (1 - p_i)$

**Ejemplos de Aplicación**

- 1) Suponga que el 80% de las familias de una ciudad tienen casa propia. Sea X: la variable aleatoria que indica el N° de familias que no son propietarias. De las próximas 30 familias a entrevistar, encontrar la probabilidad:
  - a) De que todas sean propietarias
  - b) De que más de 2 sean no propietarias
  - c) ¿Cuál es el N° promedio de familias que no son propietarias?
  
- 2) Se embarcan motores eléctricos en lotes de 50 unidades. Antes de aceptar el cargamento se eligen 5 motores y se inspeccionan. Si ninguno de los motores es defectuoso el lote es aceptado. Si se encuentra que 1 ó, más son defectuosos, entonces se inspecciona el cargamento completo. Suponiendo que en realidad hay 3 motores defectuosos en el lote completo ¿Cuál es la probabilidad que sea necesario una inspección de 100%?  
X: N° de motores defectuosos encontrados

- 3) En N° de llamadas que llegan a un conmutador es de 0.5 por minuto en promedio. Encontrar la probabilidad de que:
- En 1 minuto no lleguen llamadas
  - En un minuto lleguen más de 3 llamadas
  - En un minuto lleguen menos de 5 llamadas
  - ¿Cuántas llamadas se espera que lleguen en 5 minutos
- 4) En un cierto proceso de manufactura, se sabe que en promedio 1 de cada 100 piezas son defectuosas. ¿Cuál es la Probabilidad de que la 5° pieza inspeccionada sea la 1° defectuosa?
- 5) La probabilidad de que un experimento sea exitoso es 0.8. Si el experimento se reporta hasta que ocurren 4 resultados exitosos ¿Cuál es el N° esperado de repeticiones necesarias?
- 6) La probabilidad de que una lamparilla de cierto tipo de proyector de diapositivas dure menos de 40 horas de uso continuo, entre 40 y 80 hr de uso continuo y más de 80 hr de uso continuo son de 0.3, 0.5, y 0.2 respectivamente. Calcular la probabilidad de que entre 8 de tales lamparillas dos duren menos de 40 horas; 5 duren entre 40 y 80 y 1 dure más de 80 horas
- 7) La probabilidad de que un auto tenga un neumático desinflado cuando atraviesa un túnel es 0.00004. ¿Cuál es la Probabilidad de que al menos 2 de 10000 automóviles que atraviesan el túnel tengan un neumático desinflado?

**TRABAJO PRÁCTICO N° 10**  
**Distribuciones teóricas discretas**

- 1) Un fabricante sabe que en promedio el 2% de los tostadores eléctricos que produce requieren reparación en los 90 días siguientes a su venta. Determinar la probabilidad de que entre 1200 de los tostadores al menos 30 requieran reparación en los 1° 90 días después de su venta.
- 2) Los archivos demuestran que el 30% de los pacientes de una clínica no cumplen con el pago de sus cuentas. Suponga que se toma una muestra aleatoria de esta población de tamaño 10. Encuentra la probabilidad :
  - a) Todas las cuentas de los pacientes tengan que ser condonadas
  - b) Al menos 2 cuentas tengan que se condonadas
  - c) A lo sumo 3 tengan que ser condonadas
  - d) ¿Cuántas cuentas se espera que sean condonadas? y ¿Cuál es la desviación?
- 3) El promedio de personas que llegan a la ventanilla de un banco por minuto durante las horas hábiles es de 1. Determinar la probabilidad que en 1 minuto dado:
  - a) No aparezcan clientes
  - b) Haya 3 ó mas clientes
  - c) Haya 3 ó menos clientes
- 4) Se han determinado que en una autopista se da en promedio 10 animales vagabundos muertos por km. Encontrar la probabilidad de que en 100mt.
  - a) Se encuentren 2 ó más animales muertos
  - b) ¿Cuántos animales muertos se espera encontrar en un trayecto de 500 mt?
- 5) Suponga que el 10% de las partes que produce una máquina automática es defectuoso. Se toma al azar una muestra de 20 partes. Defina la V:A: que le permita determinar las probabilidades siguientes
  - a) Que en la muestra haya 2 defectos
  - b) Que haya máximo 3 partes defectuosas
  - c) Que haya 18 partes defectuosas como mínimo
  - d) Que haya mínimo 3 defectos
- 6) Si el 5% de las puertas de automóviles que salen de la línea de producción son defectuosos. El control de calidad define una puerta defectuosa como aquella que tiene 1 ó más defectos como rayadura, falla en pintura o parte sumida. El personal de calidad va a seleccionar al azar 15 puertas:
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que resulten exactamente 3 defectos?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que resulten más de 3 defectos?
  - c) Determine el N° esperado de puertas defectuosas y el desvío estándar
- 7) Los empleados de facturación de una empresa rara vez cometen errores en la captura de datos de facturas. Muchas veces estos no tienen errores, algunas tienen 1, unas cuantas tienen 2, rara vez una factura tendrá 3 errores. En base a experiencias pasadas se determinó que el número de errores por factura es de 0.3
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de hallar exactamente 1 error?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de hallar más de 3 errores?
- 8) Se acaba de poner a prueba un dentífrico de nuevo sabor. Lo probó un grupo de 10 personas. Del grupo, 6 afirmaron que les agradaba el nuevo sabor, y las 4 restantes indicaron lo contrario. Se seleccionan 4 de las 10 personas para participar en una entrevista prolongada. ¿Cuál es la probabilidad que de las 4 personas seleccionadas para la entrevista a 2 les guste el nuevo sabor y a 2 no les agrade?
- 9) Se estima que el 05% de las llamadas telefónicas a una empresa, reciben la señal de ocupado.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad que de las 1200 llamadas telefónicas del día de hoy al menos 5 hayan recibido señal ocupado

- b) ¿Cuál es la probabilidad que de las 1200 llamadas a lo sumo 3 hayan recibido señal ocupada?
- 10) El tablero de un conmutador telefónico es de baja capacidad en cuanto al tiempo de ocupado se refiere, de tal forma que las personas no pueden encontrar una línea desocupada para sus llamadas. Puede ser de interés saber el N° de intentos necesarios que se requieren para tener una línea disponible. Si  $p=0.05$  la probabilidad de tener línea durante la mayor congestión de llamadas. Se tiene el interés particular de saber la probabilidad de que sean necesarios 5 intentos para lograr una comunicación.
- 11) En un proceso de manufactura en el cual se producen piezas de vidrio ocurren defectos o burbujas ocasionando que la pieza sea indeseable para la venta. En promedio 1 de cada 1000 piezas tiene 1 ó más burbujas ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria de 8000 piezas menos de 7 de ellas tengan burbujas?
- 12) Se sabe que 10 es el N° promedio de camiones tanque de aceite que llegan por día a un puerto. ¿Cuál es la probabilidad de que en un determinado día se atiendan al menos 5 camiones?.
- 13) Las probabilidades son de 0.40, 0.20, 0.30 y 0.10, respectivamente, de que un delegado llegue por aire a una cierta convención, llegue en autobús, en automóvil o en tren. ¿Cuál es la probabilidad de que entre 9 delegados seleccionados aleatoriamente en esta convención a) 3 hayan llegado por aire, 3 en autobús, 1 en auto y 2 en tren?, b) 4 hayan llegado por aire, 1 en autobús y 2 en auto?, c) 5 hayan llegado en auto?
- 14) La probabilidad de que una muestra de aire contenga una molécula rara es 0.01. Si se supone que las muestras son independientes respecto a la presencia de la molécula. Determine cuál es la probabilidad de que sea necesario analizar 125 muestras antes de detectar una molécula rara.
- 15) Se necesita estimar la cantidad de llegadas a la ventanilla de servicio en automóviles de un banco, durante un período de 15 minutos en las mañanas de los días hábiles. Los datos históricos indican que en este período la cantidad de automóviles en promedio es 10. A la gerencia le interesa saber cual es la probabilidad exacta de que lleguen 5 automóviles en 15 minutos.

**GUIA DE TRABAJO N° 8**  
**DISTRIBUCIONES TEÓRICAS CONTINUAS**

**GUIA DE INVESTIGACIÓN**

Cada estudiante debe investigar y profundizar los siguientes conceptos:

---

**Distribuciones Teóricas Continuas**

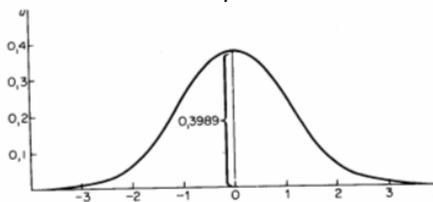
**1. Distribución Uniforme:** Es la distribución en donde todos los eventos tienen la misma probabilidad.

$$f(x) = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1};$$
$$\theta_1 \leq x \leq \theta_2$$

**2. Distribución Normal**

La distribución **Normal** o **ley de Gauss** es la más usada de las distribuciones teóricas **continuas**. La popularizaron Gauss, en el estudio de los errores de las medidas.

Por su característica forma, se la conoce también como *campana de Gauss*.



A esta distribución la denominaremos con el símbolo  $N(\mu, \sigma)$ , siendo la función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

La distribución tipificada se representa por  $N(0, 1)$ , donde la variable normal estándar es  $z = (x-\mu)/\sigma$

**3. Distribución Exponencial**

Exponencial. Se utiliza para estudiar el tiempo entre dos sucesos. La función que le corresponde es

$$f(x) = \alpha * e^{-\alpha x} \quad \text{para } x > 0$$

**4. Distribución Chi Cuadrado**

Se usa para comparar los valores observados con los esperados. La función de densidad de probabilidad es:

$$f(x^2) = \frac{(x^2)^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{x^2}{2}}}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)};$$
$$x^2 > 0$$

**5. Distribución t de Student (n)**

La distribución t de Student se construye como un cociente entre una normal y la raíz de una Ji-cuadrado independientes.

**6. Distribución F de Snedecor (n,m)**

Otra de las distribuciones importantes asociadas a la normal es la que se define como el cociente de dos variables con distribución Ji-cuadrado divididas por sus respectivos grados de libertad, n y m.

## Ejemplos de Aplicación

- 1) Supóngase una variable que se distribuye uniformemente entre 380 y 1.200. Determinése:
  - a) La probabilidad de que el valor de la variable sea superior a mil.
  - b) La media y la desviación estándar de dicha variable.
  
- 2) Un proceso para fabricar cientos cojinetes está bajo control si los diámetros de los cojinetes tienen una medida de 0.5 cm. ¿Que podemos decir de este proceso si una muestra de 10 cojinetes tiene un diámetro medio de 0.5060 y una desviación estándar de 0.004 cm?
  
- 3) Una prueba de opción múltiple tiene 200 preguntas c/u con 4 posibles respuestas de las cuales 1 es la correcta. ¿Cuál es la probabilidad que al azar se den 25 a 30 respuestas correctas para 80 de las 200 preguntas acerca de los cuales el estudiante no tiene conocimiento?
  
- 4) Un transistor de silicona tiene una tasa de falla de 0.00001 ¿Cuál es la probabilidad de que este componente no falle en un periodo de 10 horas?
  
- 5) Considere la distribución Ji-cuadrado con 5 grados de libertad.
  - a) ¿Qué proporción del área bajo la curva se ubica a la derecha de 9,236?
  - b) ¿Qué valor de la variable aísla el 10% superior de la distribución?
  
- 6) En un laboratorio se efectuaron ciertas mediciones y se comprobó que seguían una distribución F con 10 grados de libertad en el numerador y 12 grados de libertad en el denominador.
  - a) Calcule el valor que deja a la derecha el 5% del área bajo la curva de densidad.
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que la medición sea superior a 4,30?

**TRABAJO PRÁCTICO Nº 11**  
**Distribuciones teóricas continuas**

- 1) Un contratista A está preparando una oferta sobre un nuevo proyecto de construcción. La oferta sigue una distribución uniforme entre 55 y 75 miles de euros. Determínese:
  - a) La probabilidad de que la oferta sea superior a 60 mil euros.
  - b) La media y la desviación estándar de la oferta.
- 2) Se supone que el nivel de colesterol de los enfermos de un hospital sigue una distribución normal con una media de 179,1 mg/dL y una desviación estándar de 28,2 mg/dL.
  - a) Calcule el porcentaje de enfermos con un nivel de colesterol inferior a 169 mg/dL.
  - b) ¿Cuál será el valor del nivel de colesterol a partir del cual se encuentra el 10% de los enfermos del hospital con los niveles más altos?
- 3) Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de marcapasos sigue una distribución exponencial con media de 16 años. ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le ha implantado este marcapasos se le deba reimplantar otro antes de 20 años? Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 25 años?
- 4) Considere la distribución Ji-cuadrado con 2 grados de libertad.
  - a) ¿Qué proporción del área bajo la curva se ubica a la derecha de 9,21?
  - b) ¿Qué valor de la variable aísla el 10% superior de la distribución?
- 5) Calcular utilizando la Tabla de distribución normal estandarizada (Z).
  - a)  $p(Z \leq -0,7)$
  - b)  $p(Z \leq +1,3)$
  - c)  $p(-1,84 \leq Z \leq -0,43)$
  - d)  $p(-1,42 \leq Z \leq +1,75)$
- 6) Hacer lo mismo que en el ejercicio anterior pero ahora  $\mu = 500$  y  $\sigma = 50$ .
  - a)  $P(X \leq 534)$
  - b)  $P(X \geq 750)$
  - c)  $P(425 \leq X \leq 632)$
  - d) Hallar X si  $p(X \geq X_0) = 0.73$
  - e) ¿Entre que valores de X se halla el 95% y el 99 % central.
- 7) Se conoce que la longitud de los pétalos de una población de plantas de cierta especie está normalmente distribuida con una media de  $\mu = 3,2$  cm y una desviación típica de  $\sigma = 1,8$  ¿Qué proporción de la población debe esperarse que tenga una longitud de pétalos:
  - a) más grande de 4,5 cm;
  - b) más grande de 1,78 cm;
  - c) entre 2,9 y 3,6 cm.
- 8) Si la cantidad de radiación cósmica a la que una persona está expuesta mientras viaja en avión es una V.A. con distribución Normal con  $\mu = 4.35$  m.rem y  $\sigma = 0.59$  m.rem. Calcular la probabilidad de que la cantidad de radiación cósmica a la cual el viajero queda expuesto es tal vuelo está:
  - a) entre 4.00 y 5.00 m.rem
  - b) sea al menos de 5.5 m.rem
- 9) Si el 20% de los diodos fabricados en cierta planta están defectuosos ¿Cuáles son las probabilidades de que en un lote de 100 aleatoriamente elegidos para revisar:
  - a) A lo sumo 15 estén defectuosos
  - b) Exactamente 15 estén defectuosos
- 10) Si el 20% de los residentes en una ciudad de Bolivia prefiere un automóvil blanco que cualquier otro color disponible ¿Cuál es la probabilidad de que entre los siguientes 1000 automóviles que se vendan en esta ciudad:
  - a) Entre 170 y 185 inclusive sean blancos?
  - b) al menos 210 pero no mas de 225 sean blancos?