Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Administración de Empresas
Ingeniería Comercial

Investigación Operativa II

Gestión I-2018

Repaso Investigación Operativa I

EVA FORONDA
La Paz- Bolivia

1. FASES DE UN PROYECTO DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Formulación del Problema
Construcción del modelo
Derivación de soluciones del modelo
Prueba del modelo y sus soluciones
Diseño de controles asociados a las soluciones
Implantación de las soluciones al sistema

2. TIPOS DE PROBLEMAS

- Determinísticos
- Con riesgo
- Bajo Incertidumbre

3. PROGRAMACIÓN LINEAL

Utiliza modelos matemáticos lineales para describir el problema, la estructura general de un modelo de programación lineal es:

Función Objetivo		Max. $Z = cX$	ó		Min. $Z = cX$
Restricciones técnicas	s.a.	$AX \leq b$		s.a.	$AX \geq b$
Restricciones no negatividad	X	≥ 0		X	≥ 0

Los métodos utilizados por la programación lineal son:

- Método Gráfico
- Método Simplex

4. PROBLEMAS ESPECIALES DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Existen modelos de PL que presentan soluciones especiales a saber:

- Solución óptima no acotada
- Soluciones óptimas múltiples
- Solución óptima degenerada

5. EL DUAL

Asociada a cualquier estructura canónica de programación lineal

$$\begin{aligned} &\text{Max. } Z = cX \\ &\text{s.a.} \quad AX \leq b \\ &\quad X \geq 0 \end{aligned}$$

Que se denomina problema primario, se define la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} &\text{Min. } G = b^T Y \\ &\text{s.a.} \quad A^T Y \geq c^T \\ &\quad Y \geq 0 \end{aligned}$$

Que se denomina PROBLEMA DUAL

La siguiente tabla proporciona la descripción de cada uno de los elementos del problema primario y dual.

Problema	Elemento	Dimensión	Característica
PRIMARIO	X	Vector columna con n componentes	Vector de variables de actividad primaria
	c	Vector fila con n componentes	Vector precios unitarios primarios
	b	Vector columna con m componentes	Vector de disponibilidad de recursos primarios
	A	Matriz de m por n	Matriz coeficientes tecnológicos
	Z	Escalar	Función objetivo primaria
DUAL	Y	Vector columna con m componentes	Vector de variables de actividades duales
	c^T	Transpuesta de c, vector columna con n componentes	Vector de disponibilidad de recurso duales
	b^T	Transpuesta de b, vector fila con m componentes	Vector de precios unitarios duales
	A^T	Transpuesta de A, matriz de n x m	Matriz de coeficientes tecnológicos
	G	Escalar	Función objetivo dual

6. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

"En general el análisis de Sensibilidad consiste en cambiar los datos originales para ver la incidencia en los resultados".

Para analizar estos cambios partiendo de la solución óptima del problema original es necesario considerar la estructura general de una tabla simplex:

	$C_B B^{-1}*a - c$	$C_B B^{-1}$	C_B*X_B
	$B^{-1}*A$	B^{-1}	$X_B=$ $B^{-1}*b$

A partir de esta estructura general se investigan los efectos que producen en la solución óptima los cambios en los parámetros del modelo.

Los cambios a considerar a través del análisis de sensibilidad son:

- Cambios en el vector de disponibilidad de recursos "b"
- Cambios en el vector de precios o costos "c"
- Cambios en la matriz de coeficientes tecnológicos "A"
- Adición de nuevas actividades Xr, columna adicional en la tabla.
- Adición de nuevas restricciones, fila adicional en la tabla.

Ejemplos de Aplicación

1) Max $Z = 8X1 + 5X2$

   s.a. $2X1 + 3X2 \leq 8$

   $4X1 + 3X2 \leq 10$

   $X1 \geq 0, X2 \geq 0;$

2) Una empresa fabrica varias líneas de faldas, vestidos y chaquetas deportivas. Recientemente, una consultora sugirió que la compañía evaluara de nuevo su línea IS y asignara sus recursos a productos capaces de maximizar la contribución a las ganancias y a los gastos generales. Cada producción requiere la misma tela de

poliéster y tiene que pasa por los departamentos de corte y de costura. Los siguientes datos fueron recopilados para este estudio.

	Tiempo de procesamiento(h)		
Producto	Corte	Costura	Material (yd)
Falda	1	1	1
Vestido	3	4	1
Chaqueta deportiva	4	6	4

El departamento de corte dispone de 100 horas de capacidad, el de costura tiene 180 horas de capacidad y se cuenta con 60 yardas de material cada falda contribuye con $5 a las ganancias y los gastos generales; cada vestido con $17; y cada chaqueta deportiva con $30.

a) Formule el modelo de programación lineal para este problema
b) Obtenga la solución óptima
c) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por una hora extra de tiempo para la operación de corte?. ¿Y por una hora extra para la operación de costura?. ¿Por 1 yarda adicional de material?. Explique su respuesta para cada pregunta.
d) Determine el intervalo de variación del vector de disponibilidad de recursos, dentro del cual la solución permanece factible.

TRABAJO PRÁCTICO REPASO

1) Resuelva los siguientes modelos de programación lineal

a) Max $Z = 6X1 + 9X2$
s.a. $3X1 + 2X2 \leq 10$
$4X1 + 7X2 \leq 15$
$X1 \geq 0, X2 \geq 0;$

b) Max $Z = 7X1 + 9X2$
s.a. $4X1 + X2 \leq 26$
$5X1 + 9X2 \leq 40$
$X1 \geq 0, X2 \geq 0;$

c) Max $Z = 6X1 + 8X2 + 4X3$
s.a. $5X1 - 5X2 + X3 \leq 9$
$-2X1 + 7X2 + X3 \leq 9$
$-2X1 + 2X2 + 2X3 \leq 12$
$X1 \geq 0, X2 \geq 0, X3 \geq 0;$

2) El siguiente modelo de programación lineal permite programar la producción de una fábrica de sombreros en 3 estilos:
Max $Z = 7X1 + 5X2 + 2X3$
s.a. $3X1 + 5X2 + X3 \leq 150$ (Tiempo de máquina A)
$5X1 + 3X2 + 2X3 \leq 100$ (Tiempo de máquina B)
$X1 + 2X2 + X3 \leq 160$ (Tiempo de máquina C)
$X1 \geq 0, X2 \geq 0, X3 \geq 0;$
¿Cuántos sombreros de cada tipo debe producir la fábrica para maximizar la ganancia total?

3) CDLP es un fabricante de calzado deportivo para jugadores de básquet y futbol. El gerente de marketing tiene que decidir la mejor forma de gastar los recursos destinados a publicidad. Cada uno de los equipos de fútbol patrocinados requiere 120 pares de zapatos y cada equipo de básquet requiere 32 pares de zapatos. Los entrenadores de fútbol reciben Bs. 3.000 por concepto de patrocinio para calzado, y los entrenadores de básquet reciben Bs. 10.000 para este mismo propósito. El presupuesto de la empresa para promociones totaliza Bs. 300.000. La fábrica dispone de 4.000 cc de flubber (compuesto costoso que se utiliza en la fabricación de calzados deportivos de promoción). Cada par de calzado de básquet requiere 3cc de flubber y cada par de zapatos para fútbol requiere 1cc. El gerente de marketing desea patrocinar el mayor número de equipos de básquet y fútbol que sus recursos le permitan.
a) Formule el modelo de programación lineal
b) Utilice el método gráfico y método simplex para obtener la solución óptima
c) ¿Cuál es el número máximo de cada tipo de equipo que la Cia. Será capaz de patrocinar?

4) Eventos LP (E LP) desea minimizar el costo que implica la preparación de al menos 910 canapés para una fiesta. La compañía está considerando dos posibles recetas: las tartas de queso y bocados de pollo. El costo por unidad es de Bs.5 para las tartas de queso y de Bs. 7 para los bocados. Eventos LP cuenta con un buen proveedor de queso, pero tiene una disponibilidad de sólo 15 lb. Para la receta de la tarta se requieren 0.02 libras de queso por unidad. Para el bocado de pollo se necesitan 0.04 libras por unidad. También en este caso, la disponibilidad de pollo está limitada a 32 lb.
Aplique método gráfico y método simplex de programación lineal para minimizar los costos de E LP

5) Se están evaluando 4 proyectos a lo largo de un horizonte de planificación de tres años. La siguiente tabla proporciona las utilidades esperadas para cada proyecto y los egresos anuales asociados.

	Egresos (millones de dólares)/anuales			
Proyecto	1	2	3	Utilidades (millones de dólares)
1	2	2	7	30
2	3	6	9	45
3	4	9	3	35
4	3	1	2	20
Fondos disponibles (millones de dólares)	30	*30*	30	

El modelo de programación lineal será:
Max $Z = 30X1 + 45X2 + 35X3 + 20X4$
S.A. $2X1 + 3X2 + 4X3 + 3X4 <= 30$
$2X1 + 6X2 + 9X3 + X4 <= 30$
$7X1 + 9X2 + 3X3 + 2X4 <= 30$
$X1, X2, X3, X4 >= 0$
Determine la solución óptima

6) Una compañía manufacturera descontinuó la producción de cierta línea de producción no redituable. Esto creó un exceso considerable en la capacidad de producción. La gerencia quiere dedicar esta capacidad a uno o más de 3 productos; llámense productos 1, 2 y 3. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada máquina que puede limitar la producción:

Tipo de Máquina	T. Disponible Hs maq./sem
Fresadora	500
Torno	350
Rectificadora	150

El número de horas máquina que se requiere para cada producto es:

Tipo de máquina	Prod. 1	Prod. 2	Prod. 3
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	2

El departamento de ventas ha indicado que las ventas potenciales para los productos 1 y 2 exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto 3 son 20 unidades por semana. La ganancia unitaria sería de Bs. 50, Bs. 20 y Bs. 25 respectivamente, para los productos 1, 2 y 3. El objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo debe producir por semana la compañía para maximizar la ganancia. Formule el modelo matemático para este problema.

7) Un taller puede producir dos modelos diferentes de un mecanismo. Cada modelo emplea distintas cantidades de materia prima y mano de obra directa. Para el modelo *A* se usa, por u de ese modelo, 1 Kg de fundición de hierro y 3 HH (horas hombre); para el modelo *B* se usan 2 Kg de fundición y 2 HH.
Para la elaboración de dichas piezas se dispone de 12 HH y de 8 Kg de fundición de hierro.
Se gana Bs. 2 por cada mecanismo A y Bs. 3 por cada mecanismo B. Se vende toda la producción. Programar la producción de manera que la ganancia sea máxima.

8) Encuentre una expresión matemática de todas las soluciones óptimas al problema:

Maximizar $Z = x1 + 2x2 + 3x3$
sujeto a: $x1 + 2x2 + 3x3 \leq 10$
$x1 + x2 \leq 5$
$x1 \leq 1$
$x1 \geq 0,\ x2 \geq 0 \quad y \quad x3 \geq 0$

9) Demuestre por el método simplex que el siguiente problema no tiene una solución óptima acotada.
Maximizar $Z = 4x1 + x2 + 3x3 + 5x4$
Sujeto a $-2x1 + 3x2 + 5/2x3 - 2x4 \leq 10$
$6x1 - 4x2 + 8x3 + 2x4 \leq 20$
$-16x1 + 6x2 - 6x3 - 4x4 \geq -40$
$x1 \geq 0,\ x2 \geq 0,\ x3 \geq 0$ y $x4 \geq 0$

10) En una carpintería se fabrican mesas y sillas, la carpintería cuenta con dos departamentos en paralelo con capacidad de 44 horas semanales respectivamente. Cada mesa deja una **ganancia** de Bs.150 y requiere de 5 horas de trabajo en el departamento I y 3 horas en el departamento II. Mientras que una silla deja **ganancia** de Bs. 200 y requiere 3 horas de trabajo del departamento I y 5 horas del departamento II. Obtener:

a) La solución óptima, empleando el método simplex.
b) Si la capacidad de los departamentos cambian ambos de 44 a 48 horas semanales. ¿afecta a la solución optima el cambio de los recursos?
c) Si la capacidad del departamento I cambia de 44 a 24 horas semanales y la capacidad del departamento II, cambia de 44 a 60 horas semanales. ¿afecta a la solución optima el cambio de los recursos disponibles?
d) En una de las semanas en la misma empresa un cliente importante pidió a la carpintería que fabricara mínimo 6 sillas. ¿puede la carpintería satisfacer el pedido del cliente?, en caso de que no, ¿qué debe de hacer la carpintería para poder satisfacer la orden del cliente?.